A. $\frac{7}{32}$　　B. $\frac{9}{32}$　　C. $\frac{9}{16}$　　D. $\frac{7}{16}$

解析：列出相应的区域如图 25 所示：区域 M 是正方形区域，区域 N 是阴影区域，$S_{阴影}=\int_{-1}^{2}(x+2-x^2)dx=\frac{9}{2}$，所以 $P\in N$ 的概率为$\frac{9}{32}$. 故选 B.

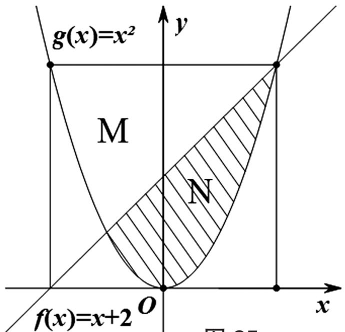

图 25

点评：本题综合考查了定积分与几何概型，充分体现数形结合的思想.

十、利用数形结合的思想解决其它问题

例 22.（2016 年河南省六市高三第一次联考试题）一矩形的一边在 x 轴上，另两个顶点在函数 $y=\frac{2x}{1+x^2}$ $(x>0)$ 的图像上，如图 26，则此矩形绕 x 旋转成的几何体的体积的最大值是（　）

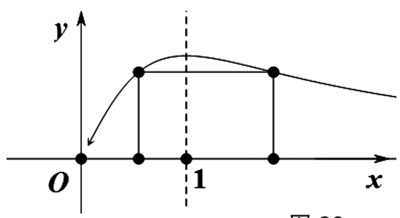

图 26

A. π　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

解析：如图 27，设 $AB=r$，则 $\frac{2x}{1+x^2}=r$，化简得 $rx^2-2x+r=0$，$x_B+x_C=\frac{2}{r}$，$x_B\cdot x_C=1$，所以 $|BC|=|x_C-x_B|=\frac{2\sqrt{1-r^2}}{r}$，所以旋转后的几何体的体积 $V(r)=\pi r^2\cdot|BC|=2\pi\sqrt{r^2(1-r^2)}\leqslant\pi(r^2+1-r^2)=\pi$，当且仅当 $r^2=1-r^2$，即 $r=\frac{\sqrt{2}}{2}$时取得等号，所以此矩形绕 x 旋转成的几何体的体积的最大值是 π. 故选 A.

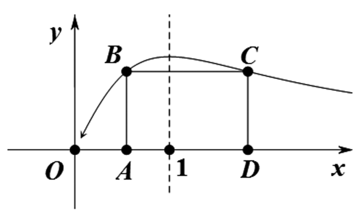

图 27

点评：本题把“形”的问题转化为“数”的问题.

例 23. 求函数 $\mu=\sqrt{2t+4}+\sqrt{6-t}$ 的最值.

解析：设 $x=\sqrt{2t+4}$，$y=\sqrt{6-t}$，则 $\mu=x+y$，

且 $x^2+2y^2=16$（$0\leqslant x\leqslant 4$，$0\leqslant y\leqslant 2\sqrt{2}$），所给函数化为以 μ 为参数的直线方程 $y=-x+\mu$，它与椭圆 $x^2+2y^2=16$ 在第一象限的部分（包括端点）有公共点，如图 28，$\mu_{min}=2\sqrt{2}$，相切于第一象限时，μ 取最大值，$\begin{cases}y=-x+\mu,\\x^2+2y^2=16\end{cases}$ $\Rightarrow 3x^2-4\mu x+2\mu^2-16=0$，解 $\triangle=0$，得 $\mu=\pm 2\sqrt{6}$，取 $\mu=2\sqrt{6}$，

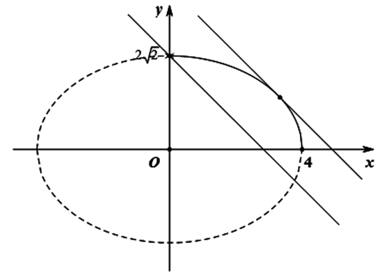

图 28

$\therefore \mu_{max}=2\sqrt{6}$.

点评：由于等号右端根号内 t 同为 t 的一次式，故作简单换元$\sqrt{2t+4}=m$，无法转化出一元二次函数求最值；倘若对式子平方处理，将会把问题复杂化，因此该题用常规解法显得比较困难，考虑到式中有两个根号，故可采用两步换元，从而把“数”的问题转化为“形”的问题，在处理相切时，又转化为“数”的问题，这样“形”与“数”相互转化，问题就迎刃而解.

数形结合的思想是中学数学极为重要的思想方法之一，把代数式的精确刻画与几何图形的直观描述结合起来，从而使几何问题代数化，代数问题几何化，并进而使抽象思维和形象思维结合起来，可以使许多复杂问题获得简捷的解法. 但是撇开“形”去孤立地研究“数”，或忽视“数”去孤立地研究“形”，都会带来种种不良后果.因此数形结合解题，必须把精确的数量关系刻画与图形的准确形象切实结合，才能互相补充，互相利用，才能收到良好成效.

责任编辑　**徐国坚**